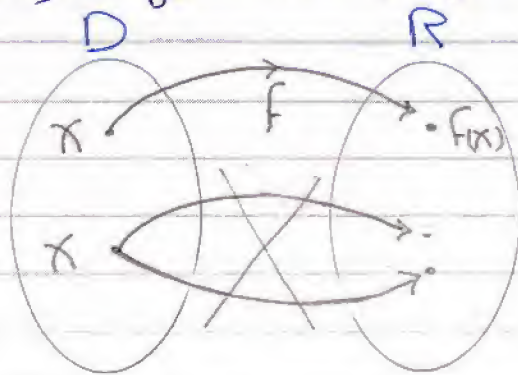


Sec. 1

تفاضيل د. عنزة

الدوال الحقيقية Real funct.

هي قاعدة Rule تبين لكل قيمة x فرقة set D قيمة واحدة $f(x)$ داخل فرقة R .

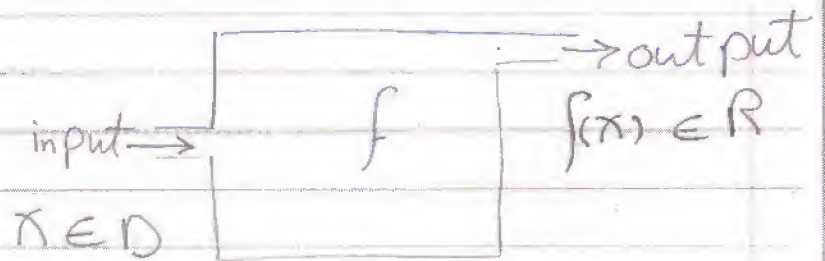


فرقة $D, R \in \mathbb{R}$ الحقيقية

D : مجال الدالة (Domain) وهو كل قيم x المسموح بها.

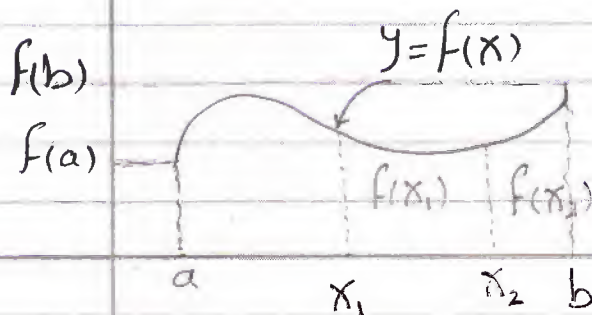
R : مدى الدالة (Range) وهو كل القيم الناتجة عن الدالة.

* أفضل تمثيل للدالة هو أن نرسمها كأزواج مرتبة في xy -plane



متغير مستقل تابع

$$f = \{(x, y) \mid x \in D, y = f(x)\}$$



$\therefore D = [a, b]$ close Interval.
 $R = [f(a), f(b)]$

$f(x) \hookrightarrow$

أوجد مجال الدوال الآتية:

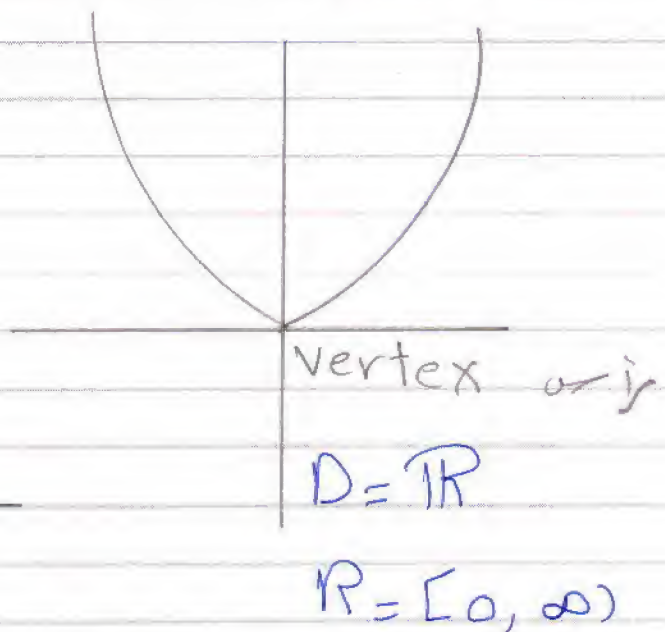
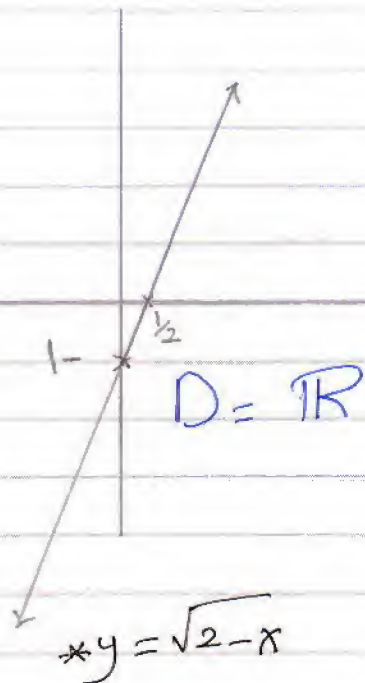
* $y = 2x - 1$
st. line

* $g(x) = x^2$
تربيعية

$y = 2x - 1$

at $x = 0, y = -1$

$y = 0, x = \frac{1}{2}$



أوجد مجال الدوال الآتية:

* $g(x) = \frac{1}{x^2 - x}$

يحتسنا قاعدتين أساسيتين لتحديد المجال جبرياً:

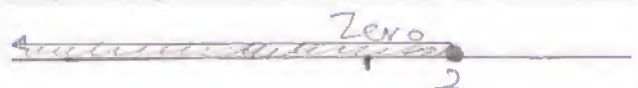
1) $\sqrt{+ve \text{ value}}$

2) $\frac{1}{\text{denominator} \neq 0}$

$\therefore y = \sqrt{2-x}$

$\therefore 2-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2$

$\therefore D = (-\infty, 2]$



* $g(x) = \frac{1}{x^2 - x} \Rightarrow x^2 - x = 0$
 $x(x-1) = 0$

$\therefore D = \mathbb{R} - \{0, 1\}$



Vertical line Test

اختبار الخط الرأسي

يكون للمعادلة xy -plane حتمل دائرة إذا كان كل خط رأسي يقطع المعادلة في نقطة واحدة فقط

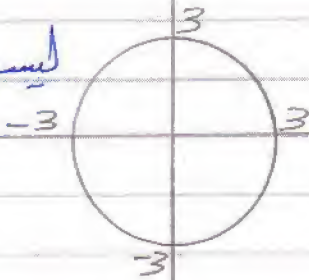
تحتل دائرة



ليست دائرة

$$*x^2 + y^2 = 9$$

ليست دائرة



دائرة



دائرة



$$y = \sqrt{9 - x^2}$$

$$D = [-3, 3]$$

$$R = [0, 3]$$

$$y = -\sqrt{9 - x^2}$$

$$D = [-3, 3]$$

$$R = [-3, 0]$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

$$y^2 = 9 - x^2 \Rightarrow y = \pm \sqrt{9 - x^2}$$

العمليات الجبرية على الدوال

إذا كانت الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ فإنه يمكن اشتقاق دوال أخرى منها

بعمليات جبرية بسيطة $f+g$, $f-g$, $f \cdot g$, $\frac{f}{g}$

مجال $D(f) \cap D(g)$
وما عدا القسمة $D(f) \cap D(g) \rightarrow$
{Zeros of g }

* $f \cdot g$ $f(x) = \sqrt{x}$ $g(x) = \sqrt{2-x}$

$f+g$, $f \cdot g$, $\frac{f}{g}$, f^2 ومجالهم

$D(f) = x \geq 0 = [0, \infty)$

$D(g) = 2-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2 = (-\infty, 2]$

$f+g = \sqrt{x} + \sqrt{2-x}$ } $D = [0, 2]$

$f \cdot g = \sqrt{x} \cdot \sqrt{2-x} = \sqrt{2x-x^2}$

$\frac{f}{g} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2-x}} = \sqrt{\frac{x}{2-x}} \rightarrow D = [0, 2)$

$f^2 = x$ $D = [0, \infty)$

$f^2 = x$

أوجد مجال الدالة الآتية
 $f(x) = \frac{x^2}{x-1} + \sqrt{x}$

فصل البيت مع نفسك

symmetry

التماثل

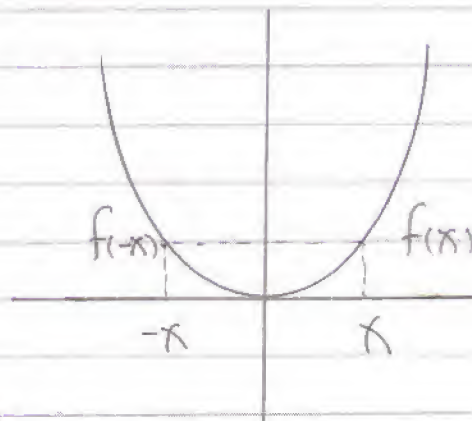
إذا كانت يقال للدالة $f(x)$ دالة زوجية even f.

$$f(-x) = f(x)$$

متماثلة حول محور y

Test: replace $x \rightarrow -x$

$$* y = x^2$$



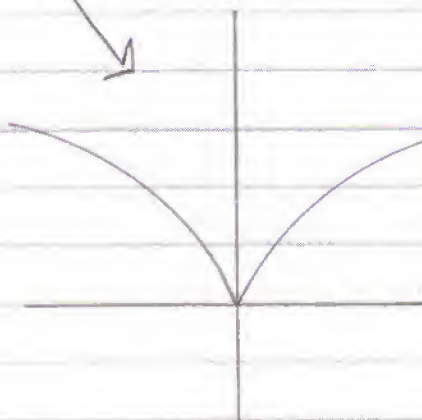
$$* f(x) = x^{2/3}$$

اختبر تماثل الدالة..

$$= (x^2)^{1/3} = (x^{1/3})^2$$

$$f(-x) = ((-x)^2)^{1/3} = (x^2)^{1/3} = x^{2/3}$$

$$f(-x) = ((-x)^{1/3})^2 = (-x^{1/3})^2 = (x^{1/3})^2 = x^{2/3}$$



2] يقال للدالة $f(x)$ دالة فردية odd

$$f(-x) = -f(x)$$

متماثل حول نقطة الأصل
Origin

$$x^3$$

اختبر قائل

$$f(x) = x^5 - x$$

$$f(x) = 1 - x^4$$

$$g(x) = 2x - x^2$$

$$* f(-x) = (-x)^5 - (-x) = -f(x) \text{ odd}$$

$$f(-x) = 1 - (-x)^4 = f(x) \text{ even}$$

$$f(-x) = 2(-x) - (-x)^2 \neq f(x) \text{ neither odd nor even} \\ \neq -f(x)$$

بعض الدوال القياسية: standard functions

1] linear خطية st. line
 $y = 2x + 3$

2] Quadratic تربيعية
 $y = 2x^2 - 3x + 5$ ← parabola القطع المكافئ

3] Cubic فن تكعيبية

$$y = 5x^3 - x + 1$$

4] polonomial كثيرة الحدود

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

نوابات المعاملات Coefficients

+ve integer

الدرجة degree n

* power function:

$$y = x^n \rightarrow \text{تابع توان}$$

